

LUYỆN TẬP SỐ VUI VỀ
GIẢI TOÁN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

ĐỀ THI

Thời gian làm bài: ∞ phút
(không kể thời gian phát đề)

Môn: Toán (MTCT)

Ngày thi: _____

Năm học: 2025-2026

Họ và tên:	Lớp:	Trường:
------------	------	---------

Điểm (bằng số)	Điểm (bằng chữ)	Nhận xét

Chú ý:

- Đề gồm 10 câu với tổng số điểm là 20.
- Các kết quả tính toán ghi đúng; nếu không có chỉ định cụ thể, thì được hiểu là tính chính xác tới **6 (sáu) chữ số thập phân**.
- Đây chỉ là đề làm cho vui, **không có hình học, không phải đề thi thử và không mang tính đánh giá**. Hãy xem như bài giải trí trước ngày thi.

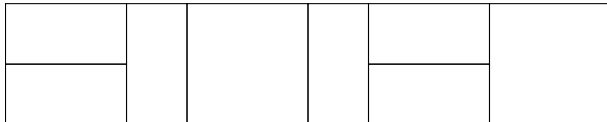
Bài 1. (2 điểm) Cho các chữ số a, b sao cho $M = \overline{2a8b9}$ có số lượng ước dương là một số nguyên tố lẻ. Tính $a^2 + b^2$.	Kết quả: Vì M có số ước lẻ nên M là số chính phương, suy ra $145 \leq \sqrt{M} \leq 172$. Mặt khác, số ước dương của M là số nguyên tố nên $M = (p^q)^2$ với p và $2q + 1$ đều là số nguyên tố. Xét các lũy thừa của số nguyên tố trong $[145; 172]$, chỉ có $\sqrt{M} = 167$ thỏa mãn. Suy ra $M = 27889$, $a = 7$, $b = 8$. Kết quả là: 113 .
Bài 2. (2 điểm) Tìm ước chung lớn nhất của 91152395334 và 241925120544.	Kết quả: Do số quá lớn nên ta dùng tính chất: $\gcd(a, b) = \gcd(b, a \bmod b)$. Kết quả là 12354 .

Bài 3. (2 điểm) Tìm dư của $\overline{1234567891011121314151617\dots 100101}$ chia lấy dư cho 2026.	Kết quả: Đặt $N_x = \overline{123\dots x}$ với $x \in \mathbb{N}^*$. Khi đó $N_x = N_{x-1} \cdot 10^d + x$ $d = \lfloor \log_{10} x \rfloor + 1$ Suy ra công thức truy hồi: $\begin{cases} N_0 = 0, \\ N_x = N_{x-1} \cdot 10^{\lfloor \log_{10} x \rfloor + 1} + x. \end{cases}$ Trong quá trình truy hồi, luôn lấy $N_x \bmod 2026$. Kết quả là: 135.
Bài 4. (2 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 2026]$, biết: $f(x) = \frac{-x^2 + 2026x - 2025}{2027x + 5}$ Tức là, tìm $\max_{0 \leq x \leq 2026} f(x)$.	Kết quả: idk bro, giải theo cách đội tuyển dạy bạn đi. Kết quả là ≈ 0.955054 khi $x = 45.05302729823578$.
Bài 5. (2 điểm) Tìm dư của $3^{2025} + 3^{2026} + 3^{2027} + \dots + 3^{123456789}$ chia lấy dư cho 29297.	Kết quả: Vì 29297 là số nguyên tố nên theo định lý Fermat nhỏ: $2^{29296} \equiv 1 \pmod{29297}.$ Ta có $\begin{aligned} & 3^{2025} + 3^{2026} + \dots + 3^{123456789} \\ &= \frac{3^{123456790} - 3^{2025}}{2}. \end{aligned}$ Nhân cả hai vế với 2^{29296}: $\equiv (3^{123456790} - 3^{2025}) \cdot 2^{29295} \pmod{29297}.$ Tách thành các bài toán tìm dư của lũy thừa và gộp kết quả, suy ra đáp án là 8940.

Bài 6. (2 điểm)

Đường viền trang trí ở nền nhà của Hưng có kích thước 2×36 (2 hàng, 36 cột) được lát bằng 2 loại gạch: loại kích thước 1×2 và loại 2×2 . Hãy xác định số cách lát khác nhau có thể thực hiện để lát hết toàn bộ nền nhà.

Ví dụ, sau đây là một cách lát hợp lệ với nền nhà kích thước 2×10 :



Kết quả:

Gọi $f(x)$ là số cách để lấp kín nền nhà kích thước $2 \times x$.

Ta có thể ghép như sau:

$$f(x-1)$$

$f(x - 2)$	
------------	--

$f(x - 2)$	

Trường hợp cơ sở: với $x = 0$, ta có 1 cách đặt (là không đặt viên gạch nào), với $x = 1$, ta có 1 cách đặt (1 viên gạch dọc).

Vậy ta có:

$$f(x) = f(x - 1) + 2 \cdot f(x - 2)$$

với $f(0) = f(1) = 1$. Kết quả

$$\text{là: } f(36) = \boxed{45812984491}.$$

Bài 7. (2 điểm)

Gọi $f(x)$ là tổng các ước dương của x .

Ví dụ, $f(4) = 1 + 2 + 4 = 7$.

Tính $f(1) + f(2) + \cdots + f(2026)$.

Kết quả:

Thay vì tính trực tiếp, ta làm ngược: với mỗi số x , đếm số lần nó xuất hiện trong tổng (kĩ thuật gọi là “đóng góp vào tổng”). Số lượng số từ 1 đến 2026 chia hết cho x là $\lfloor 2026/x \rfloor$. Vậy mỗi x đóng góp $\lfloor 2026/x \rfloor$ lần vào tổng.

Kết quả là

$$\sum_{x=1}^{2026} \left(x \times \left\lfloor \frac{2026}{x} \right\rfloor \right) = \boxed{3377026}.$$

Bài 8. (2 điểm) Vào một ngày đẹp trời, bạn Hưng quyết định đào 2026 ô trống, các ô được đánh số thứ tự lần lượt từ 1 tới 2026. Sau đó, Hưng lần lượt bỏ kho báu của mình vào trong từng ô một qua nhiều lượt theo quy tắc sau. Ở lượt đầu tiên, Hưng bỏ kho báu vào các ô có số thứ tự là bội của 2. Ở lượt tiếp theo, Hưng bỏ kho báu vào các ô có số thứ tự là bội của 3. Lượt thứ ba, Hưng bỏ kho báu vào các ô có số thứ tự là bội của 5. Ở lượt cuối cùng, Hưng bỏ kho báu vào các ô có số thứ tự là bội của 8. Lưu ý rằng một ô chỉ có thể có một trong hai trạng thái: ô trống hoặc ô có chứa kho báu! a) Sau cùng, có bao nhiêu ô có chứa kho báu? (1,5 điểm) b) Trước khi thực hiện các lượt bỏ kho báu trên vào 2026 ô có sẵn, Hưng cần đào thêm ít nhất bao nhiêu ô trống (đánh số tiếp tục từ 2027) để sau cùng, số ô có chứa kho báu là 2026? (0,5 điểm)	Kết quả: a) Áp dụng nguyên lý bao hàm - loại trừ, kết quả: 1486. b) Vì số ô càng nhiều thì số ô chứa kho báu càng nhiều, ta liên tục chọn một giá trị chính giữa và loại đi những phần không thể là nghiệm (chặt nhị phân trên kết quả). Cứ như vậy liên tiếp cho tới khi số ô chứa kho báu là 2026 và số ô là nhỏ nhất; hiệu giữa nghiệm tìm được và 2026 là kết quả. Kết quả: 737.
Bài 9. (2 điểm) Tính: $1 - 2 - 3 + 4 + 5 + 6 - 7 - 8 - 9 - 10 + \dots - 2026$ (1 dấu +, 2 dấu -, 3 dấu +, 4 dấu -, ...)	Kết quả: $\sum_{x=1}^{2026} \left((-1)^{\left\lceil \frac{\sqrt{8x+1}-1}{2} \right\rceil + 1} \times x \right)$ Kết quả là: 43801.
Bài 10. (2 điểm) Gọi $f(x)$ là số nguyên dương nhỏ nhất không phải ước của x. Ví dụ, $f(6) = 4, f(1) = 2, f(5) = 2$ Tính $f(1) + f(2) + \dots + f(2026)$.	Kết quả: Gọi L là số nguyên dương nhỏ nhất không phải ước của x. Ta nhận thấy vì L nhỏ nhất nên x chia hết cho tất cả các số từ 1 tới $L - 1$ dẫn tới x là bội của $\text{BCNN}(1, \dots, L - 1)$. Do vậy ta có: $\sum_{i=2}^{\infty} \left(i \cdot \left(\left\lfloor \frac{2026}{\text{BCNN}(1, \dots, i-1)} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{2026}{\text{BCNN}(1, \dots, i)} \right\rfloor \right) \right)$ Vì $\text{BCNN}(1, \dots, i)$ tăng rất nhanh nên có thể tính biểu thức trên bằng đa câu lệnh. Kết quả là: 5642.

*** HẾT ***

Phan Thành Hưng, Trường Phổ thông Năng khiếu, ĐHQG TP. HCM.